

- 1) Compressão de Imagens Médicas**
- 2) Transformações Geométricas**

Sérgio S Furuie
Serv Informática - InCor

Tamanhos Típicos

- CT Scan & MRI: 512 x 512 x 2 512 KB
- Gated Blood Pool: 128 x 128 x 32 x 2.....512 KB
- DSA: 512 x 512 x 30 x 17,5 MB
- RX estático: 2048 x 2048 x 28 MB
- Mamografia: 4.000 x 5.000 x 1.5 bytes..... 30 MB
- Estudo 3D CT: 512 x 512 x 128 x 2.....128 MB
- Hemodinâmica: 1024² x 1 x 30/s x 4 min4 GB
- (típico 512 x 512 x 15/s x 100 s.....390 MB)

No InCor => arquiva-se digitalmente (PACS) ~5 TB/ano

=> produz-se em torno de ~7 TB/ano

Nos EUA => imagens médicas digitais ~1000TB/ano

Compressão de Imagens Médicas

- **Definição**

- Utilizar a redundância de informações em imagens de forma a descrevê-las com um menor número de parâmetros
- Descrever imagens de uma forma mais compacta do que a descrição em matriz $M \times N$

- **Objetivos**

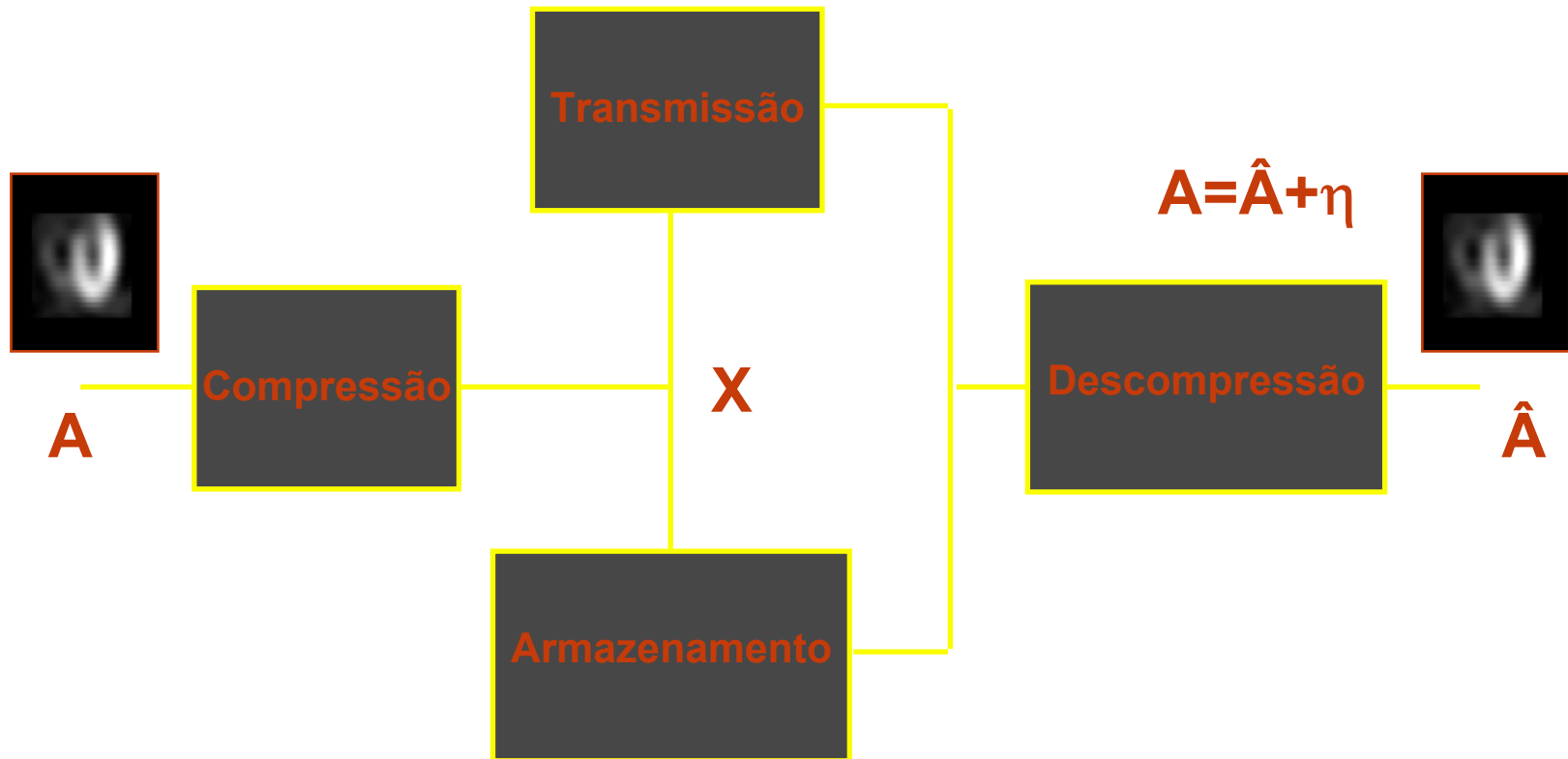
- **Redução do espaço de armazenamento**
- **Redução do tempo de transmissão**
 - **Calcular para 100MB ?**
 - **banda de 100 Kbits/s:**
 - **Rede a 10 Mbps:**
 - **Rede a 100 Mbps:**

$$\frac{100 \times 10^6 \times 8}{100 \times 10^3} = 8000 \text{ s} = 133 \text{ min} > 2 \text{ h}$$

$$10 \text{ Mbps} \Rightarrow 80 \text{ s}$$

$$100 \text{ Mbps} \Rightarrow 8 \text{ s}$$

Compressão de Imagens Médicas



● Conceitos Importantes

□ Taxa de compressão:

– Tamanho de A / Tamanho de X

– Bytes para representar A / bytes para representar X

– Tamanho de X pode ser maior do que tamanho de A

□ Tempo para compressão

□ Tempo para descompressão

□ Medidas de erro

- **Medidas de Erro:**

- **Medidas objetivas**

- Erro Quadrático Médio: $1/N$ soma $\{A(i,j) - \hat{A}(i,j)\}^2$
- Erro máximo

- **Medidas subjetivas**

- Verificar como a compressão/descompressão altera as características visuais da imagem quanto aos pontos importantes para análise (diagnóstico, quantificação de parâmetros etc...)
- Observador Numérico

- As técnicas de compressão podem ser
- divididas em:
 - Técnicas sem perdas (loss-less techniques)
 - $\hat{A}=A$;
 - Técnicas com perdas (lossy techniques)
 - $\hat{A} \sim A$;

- Técnicas sem perdas:
 - Exploram redundâncias na imagem sem alterar o conteúdo de informação
 - Exemplos:
 - Run-length code
 - Huffman coding
 - LZW
 - Taxas de Compressão Típicas: 1.5 a 3

Compressão de Imagens Médicas

Lossless techniques: Run-length

- Original

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0

Run-length code

(por linhas)

9 0 6 1 2 0 6 1 5 0 2 1

6 0 1 1 5 0 2 1 6 0 2 1

6 0 2 1 4 0

Ou simplesmente:

9 6 2 6 5 2 6 1 5 2 6 2 6 2 4

Se não binária?

- como generalizar?

Solução

- usar a tripla (marca, comprimento, valor) se houver repetição maior do que 3. Do contrário, apenas o valor. A marca é o primeiro dado
- marca=valor do pixel com menor ocorrência
 - para codificar o valor da marca, usa-se
 - (marca, marca)
 - 12 12 15 15 15 15 10 12 => 10 12 12 10 4 15 10 10 12
 - não permitir que haja a tripla (marca, marca, valor), mas desdobrar
 - 12 12 15 15 15 15 2 2 12 => 2 12 12 2 4 15 2 1 2 2 1 2 12

Compressão de Imagens Médicas

Lossless techniques: LZW

- Original (arquivo texto)
- a b a b c b a b a b a a a a a a
- ---

1 2 4 3 5 8 1 10 11

Tabela de Códigos

- | | | | | | |
|----|---|-----|---|------|----|
| a | 1 | ba | 5 | baba | 9 |
| b | 2 | abc | 6 | aa | 10 |
| c | 3 | cb | 7 | aaa | 11 |
| ab | 4 | bab | 8 | aaaa | 12 |

Huffman

A	E	F	C	E	C	C	E	F	C
C	C	A	D	A	D	A	D	A	G
B	B	A	C	A	B	A	E	A	E
G	A	F	C	C	F	A	B	B	B
D	D	D	D	H	H	D	E	E	B
D	D	D	D	D	D	D	B	A	B
E	A	E	A	E	B	D	B	B	B
F	C	C	C	F	A	A	B	B	B
E	A	A	E	B	E	E	A	G	A
F	F	B	C	F	C	F	C	C	A

(A)

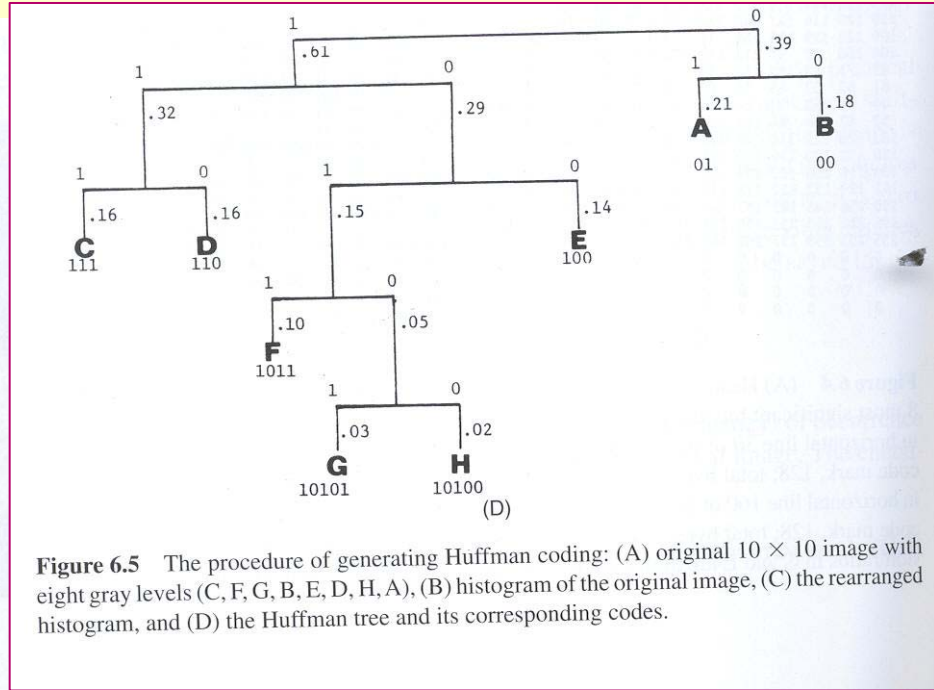
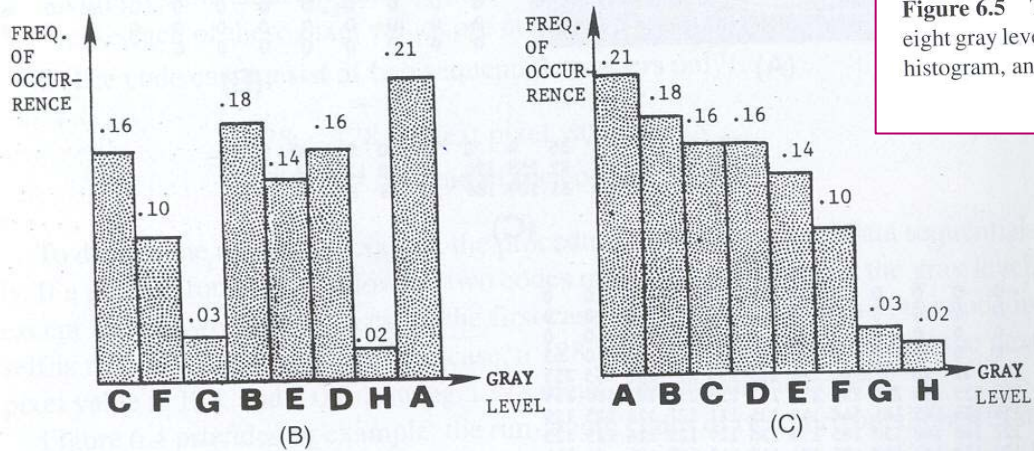


Figure 6.5 The procedure of generating Huffman coding: (A) original 10 × 10 image with eight gray levels (C, F, G, B, E, D, H, A), (B) histogram of the original image, (C) the rearranged histogram, and (D) the Huffman tree and its corresponding codes.



Codificação Huffman

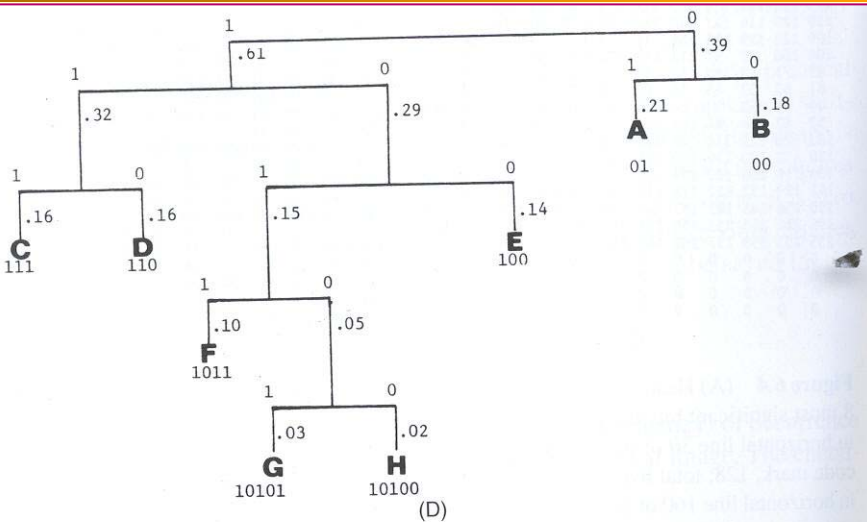
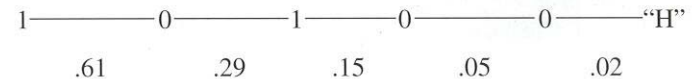


Figure 6.5 The procedure of generating Huffman coding: (A) original 10×10 image with eight gray levels (C, F, G, B, E, D, H, A), (B) histogram of the original image, (C) the rearranged histogram, and (D) the Huffman tree and its corresponding codes.



The complete Huffman tree is shown in Figure 6.5D.

5. *The Huffman code.* The Huffman code for these eight gray levels are:

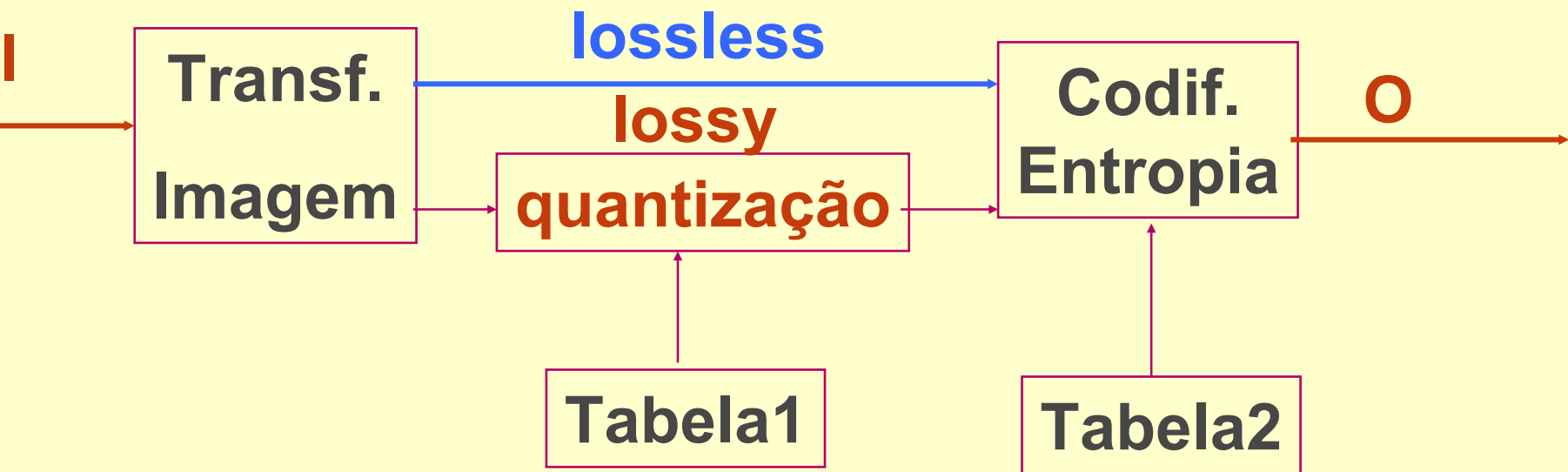
A:01	2 bits
B:00	2 bits
C:111	3 bits
D:110	3 bits
E:100	3 bits
F:1011	4 bits
G:10101	5 bits
H:10100	5 bits

Therefore, the first row of the original image (Fig. 6.5A) can be encoded as:

01	100	1011	111	100	...
A	E	F	C	E	...

- **Técnicas com perdas:**
 - **Exploram redundâncias mas alteram o conteúdo de informação**
 - **Exemplos:**
 - **Transformadas**
 - **(Hotelling, Cossenos, Walsh-Hadamard)**
 - **Expansões em Série**
 - **Quadrees**
 - **Crítérios de homogeneidade**

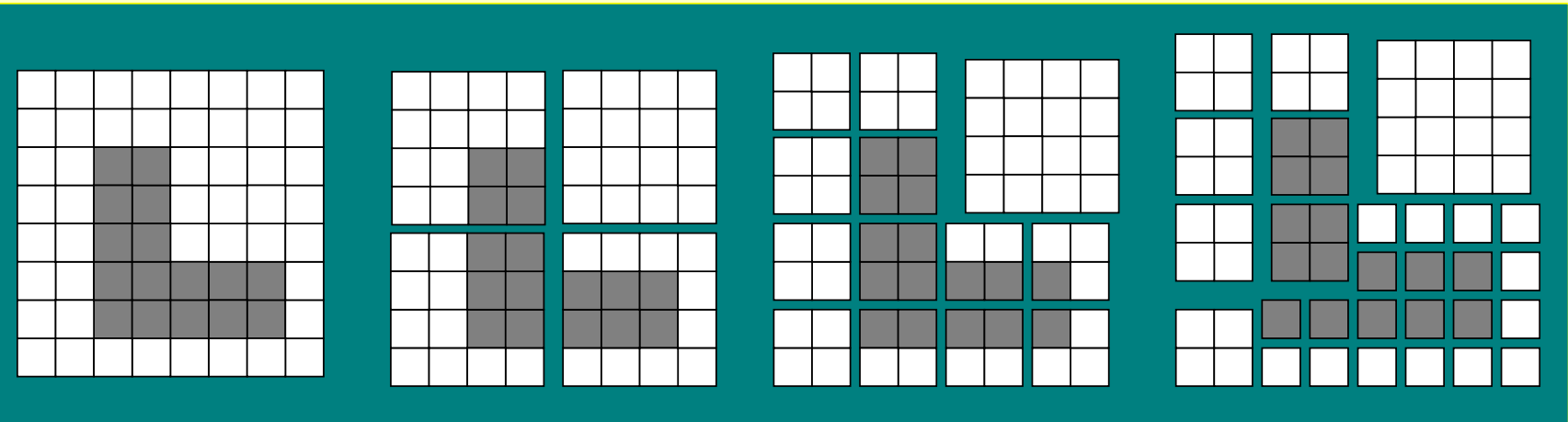
diagrama geral



Compressão de Imagens Médicas Lossy Techniques

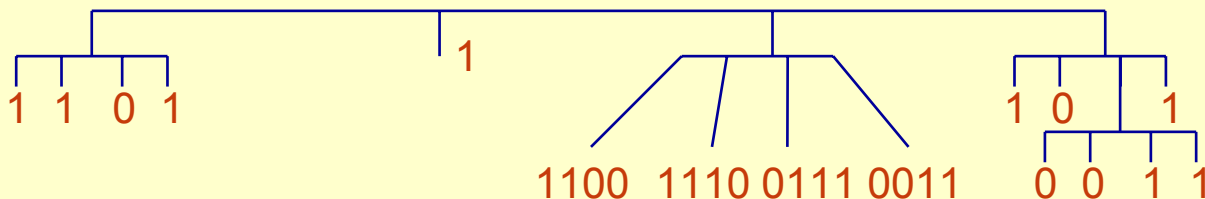
● Quadrees: 2^n

Palavra-chave: similaridade



sentido horário, 1=>totalmente branco, 0=>preto

(1 1 0 1) 1 ((1 1 0 0) (1 1 1 0) (0 1 1 1) (0 0 1 1)) (1 0 (0 0 1 1) 1)



Compressão de Imagens Médicas

Lossy Techniques

- Critérios de Similaridade
 - E_{max} , $E_{médio}$
 - Intensidade dos pixels entre dois valores limites
 - Intensidade dos pixels próxima da média da região
 - Boa aproximação polinomial dentro da região
 - Boa aproximação por função dentro da região

Compressão de Imagens Transformada do Cosseno (JPEG)

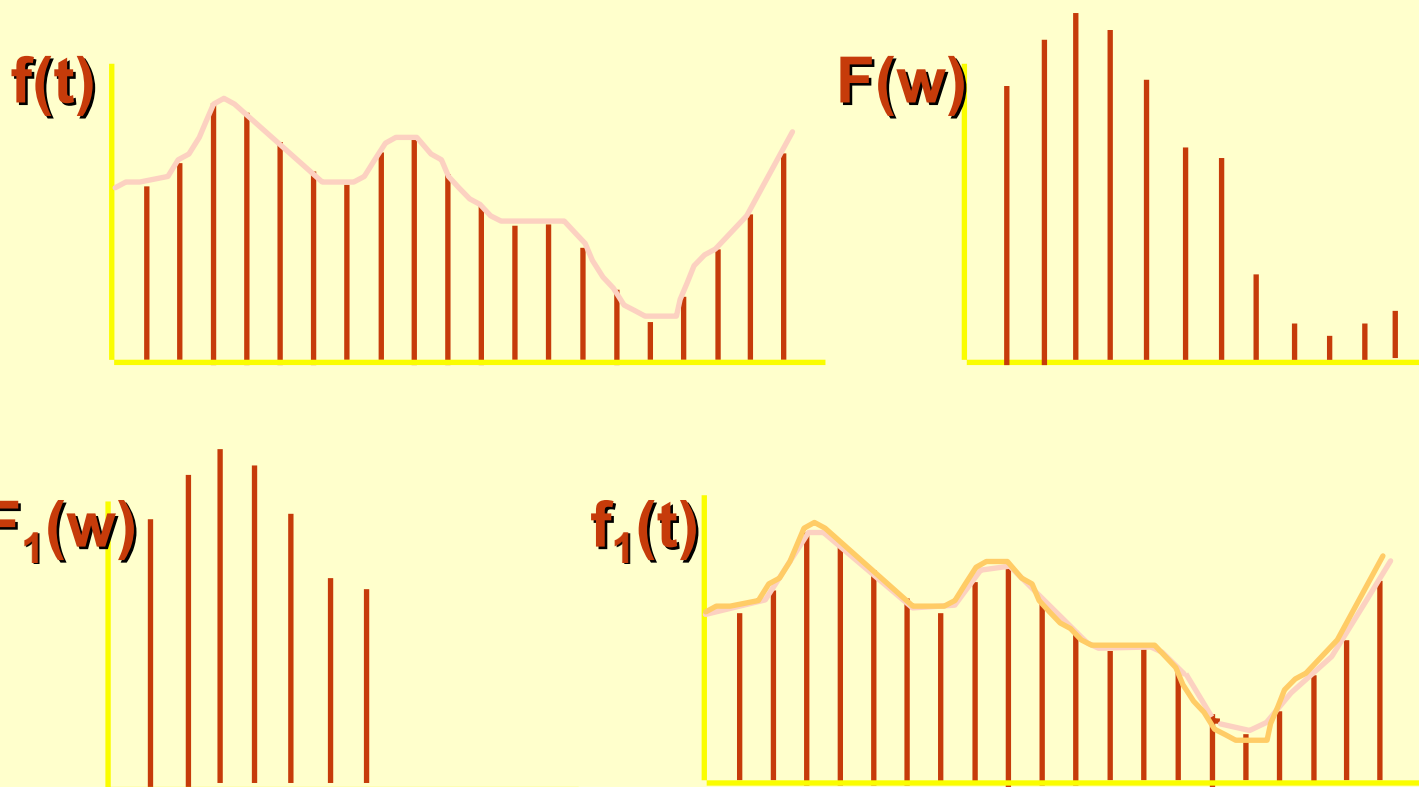


Image Transforms

- **Basis Images:**

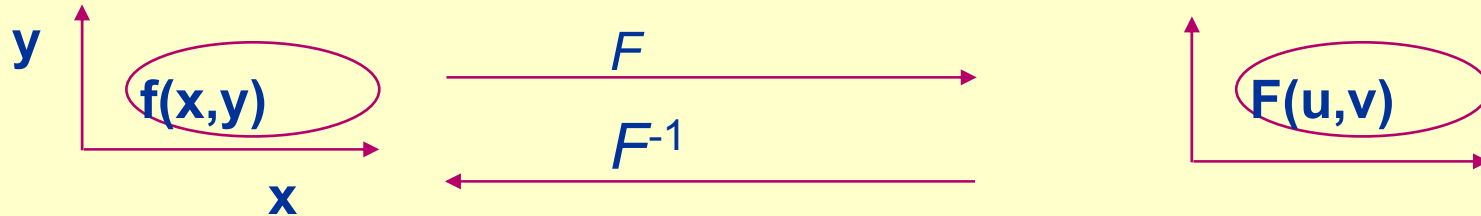
$$U(m,n) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} v_{kl} \cdot B_{kl}^*(m,n)$$

- **V : Transformed Image**

$\{ B_{kl}^* \}$: Basis Images

$$\langle B_{kl}, B_{k'l'} \rangle = \delta(k'-k, l'-l) \quad (\text{orthonormality})$$

Transf. de Fourier, DFT,FFT



Contínuo

Direta:

$$F(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot \exp(-j2\pi(ux + vy)) \cdot dx \cdot dy$$

Inversa:

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u, v) \cdot \exp(j2\pi(ux + vy)) \cdot du \cdot dv$$

Discreto

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot \exp\left(-j2\pi\left(u \frac{x}{M} + v \cdot \frac{y}{N}\right)\right)$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot \exp\left(j2\pi\left(u \frac{x}{M} + v \cdot \frac{y}{N}\right)\right)$$

Examples of basis images

$$U = u_{00} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + u_{01} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \dots + u_{m0} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

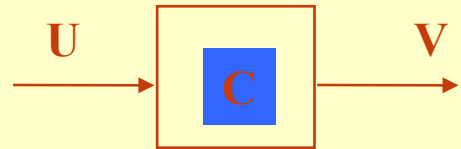
(pixel)

$$U = \dots + v_{kl} \cdot \begin{matrix} \xrightarrow{n} \\ \downarrow m \\ \boxed{e^{j\frac{2\pi}{N}(km+ln)}} \\ + \dots \end{matrix}$$

(DFT)

DCT, DST, Hadamard, KL, SVD

Discrete Cosine Transform



$$C = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{matrix} \begin{matrix} m \downarrow \\ 1 & & & & 1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} & & & \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi(2n+1)m}{2N}\right) & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix} \\ \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \end{matrix} \quad N \times N$$

$$= [\mathbf{c}_0 \quad \dots \quad \mathbf{c}_{N-1}]$$

DCT: properties

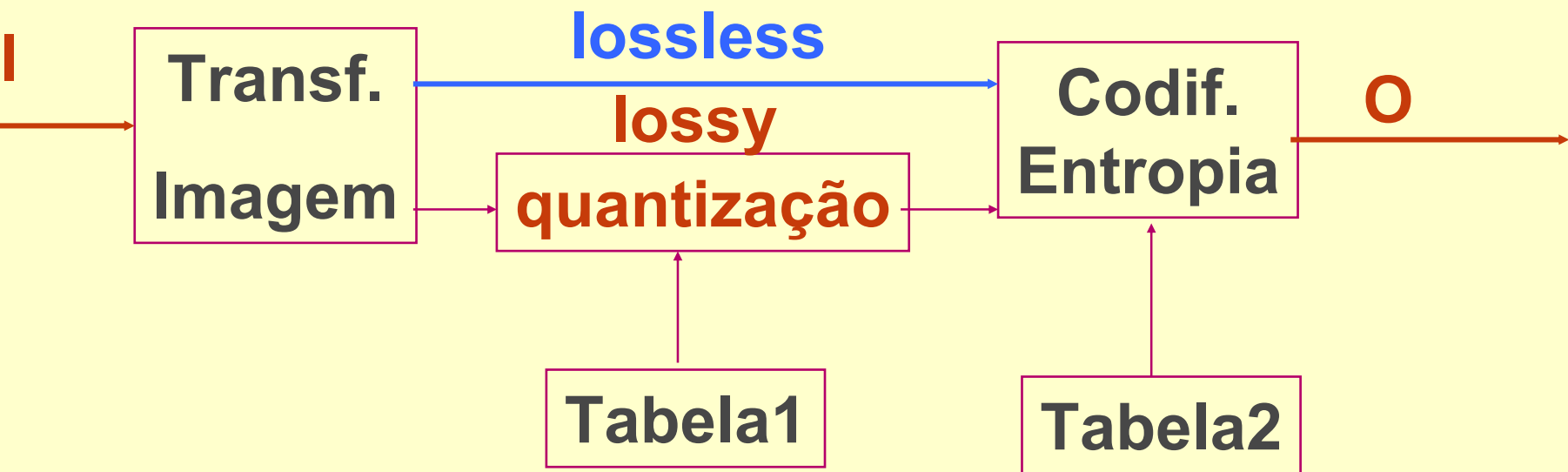
- **Real: $C^* = C$, $C^{-1} = C^T$**
- **$V = C \cdot U \cdot C^T$**
- **$U = C^T \cdot V \cdot C$**
- **Basis images: $B_{kl}^* = C_k^* \cdot C_k^{*T}$**
- **DFT: Symmetric extension of image**
- **~ KL (highly correlated image)**
 - **first order stationary Markov**
- **Excellent energy compaction**
- **JPEG**

Compressão de Imagens Transformada do Cosseno (JPEG)

- **A técnica:**

- **Dividir a imagem em blocos de 8x8 pixels**
- **Aplicar a DCT em cada bloco (em zig-zag)**
- **Arredondar (quantizar) os coeficientes para as componentes abaixo de uma certa precisão**
- **Armazenar a série de coeficientes inteiros usando “codificação de entropia” (técnica lossless)**

diagrama geral



codificação da entropia

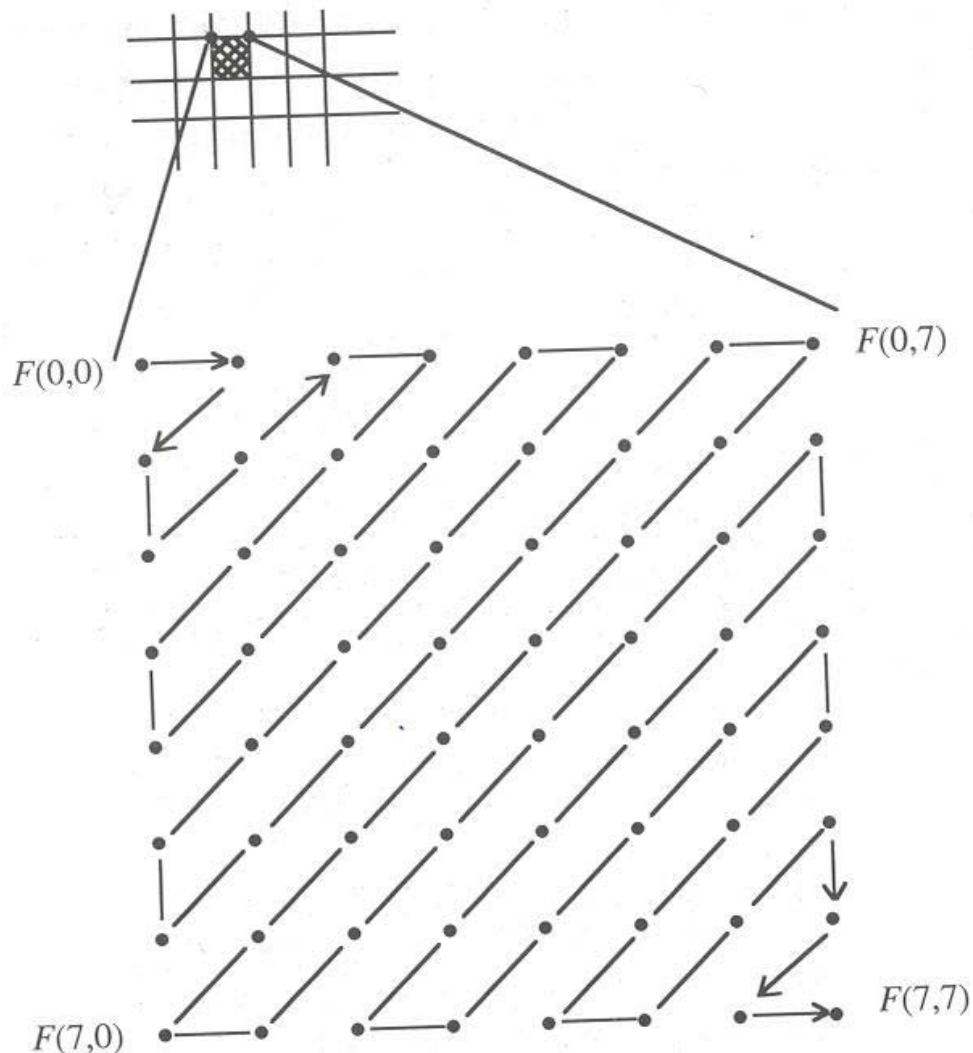
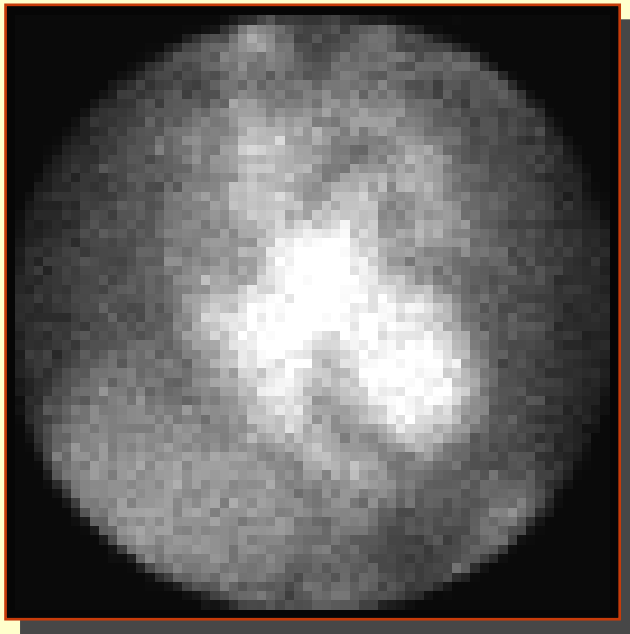


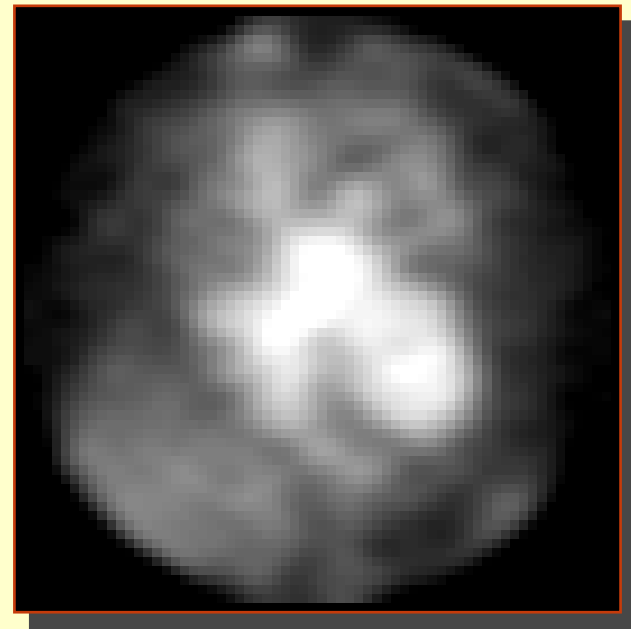
Figure 6.7 The zigzag sequence of an 8×8 matrix used in block quantization.

Compressão de Imagens

Transformada do Cosseno (JPEG)



original

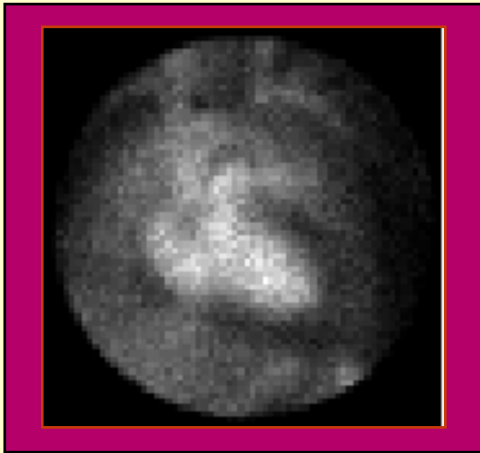


decompressed

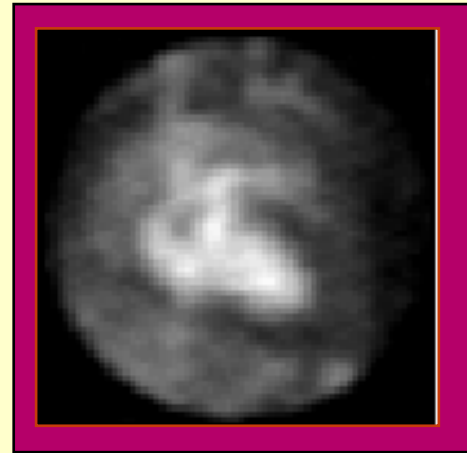
Normal Heart

Compressão de Imagens

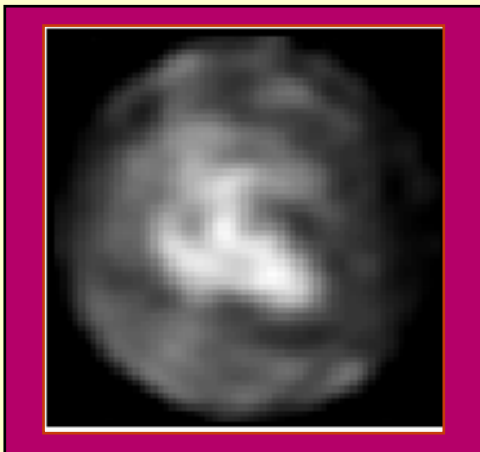
Transformada do Cosseno (JPEG)



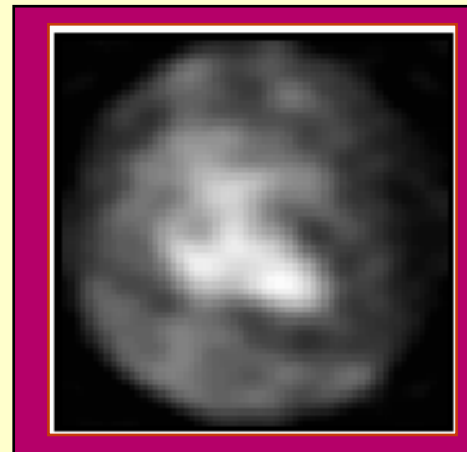
original



30%



50%



70%

Compressão: wavelets

função base:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad \Rightarrow \quad \psi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}x - n)$$

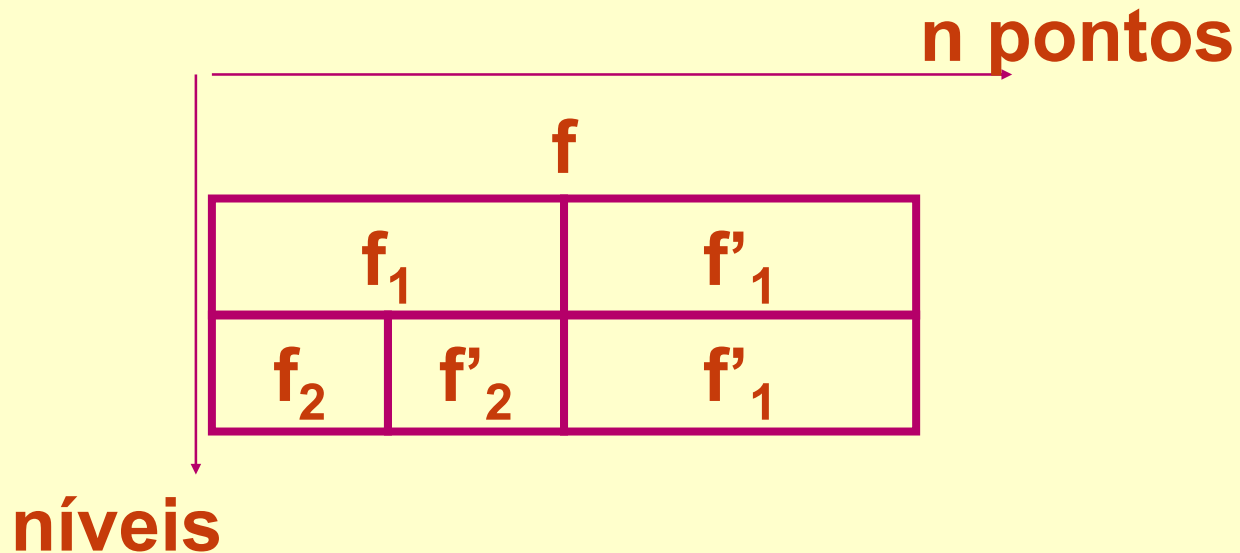
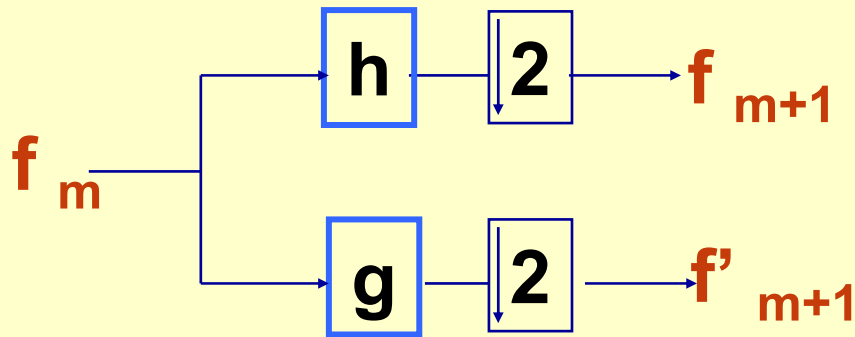
transf. wavelet:

$$F(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(x) \psi^*\left(\frac{x-b}{a}\right) dx$$



$$F(m,n) = 2^{-m/2} \int f(x) \psi^*(2^{-m}x - n) dx$$

decomposição (Mallat)



nD compressão com wavelet

Compressão:

- 1) transformada wavelet nD da imagem**
- 2) quantização escalar**
- 3) codificação da entropia**

Decompressão:

- 1) Decodificação da entropia**
- 2) “Dequantização” escalar**
- 3) transformada INVERSA de wavelet**

nD compressão com wavelet

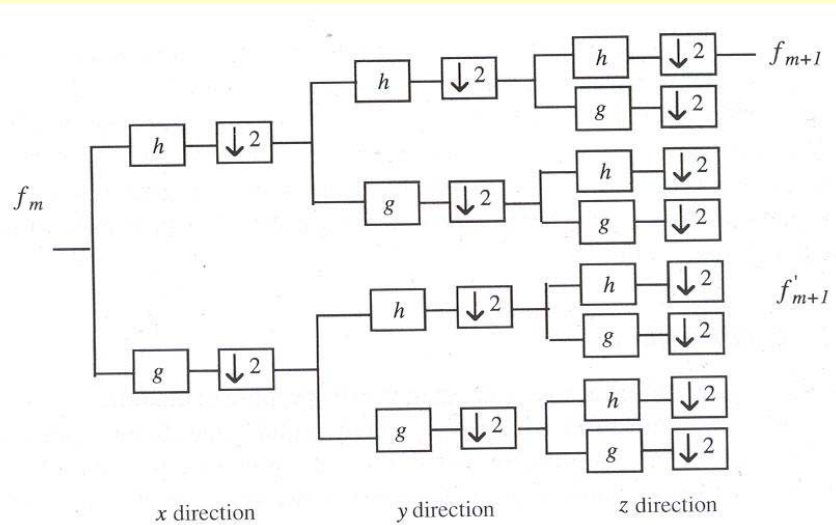


Figure 6.27 One-level 3-D wavelet decomposition. The resulting signal has eight components.

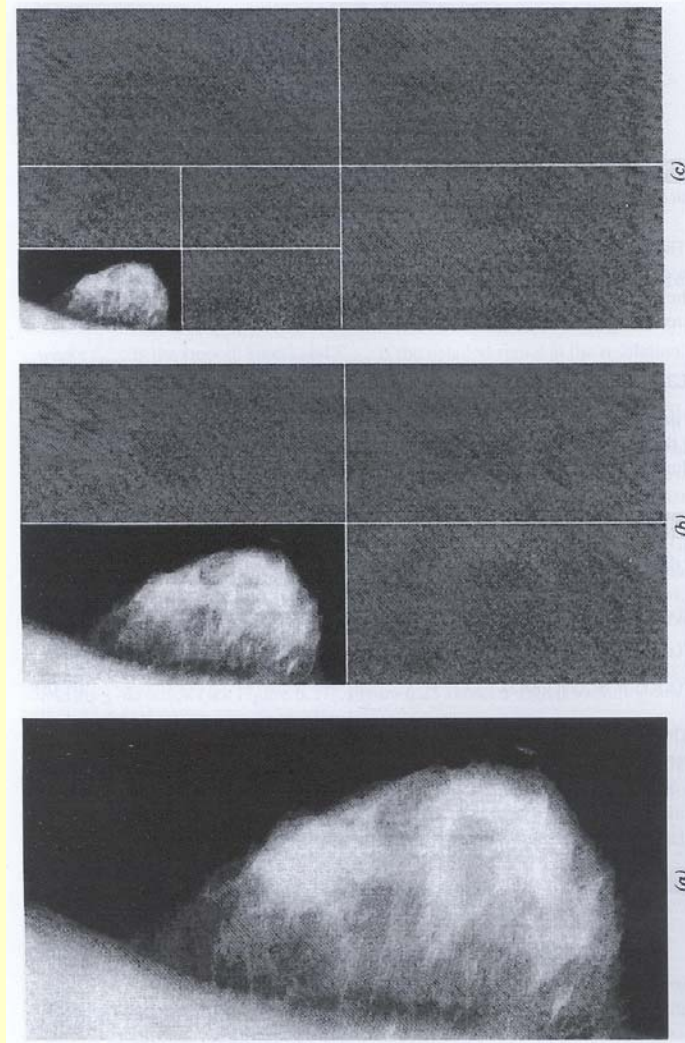


Figure 6.25 Digital mammogram with two-level wavelet transformation: (a) original image, (b) one-level decomposition, and (c) two-level decomposition. The total number of pixels after two levels of decomposition is the same as the original image. (Courtesy of Jun Wang)

3D

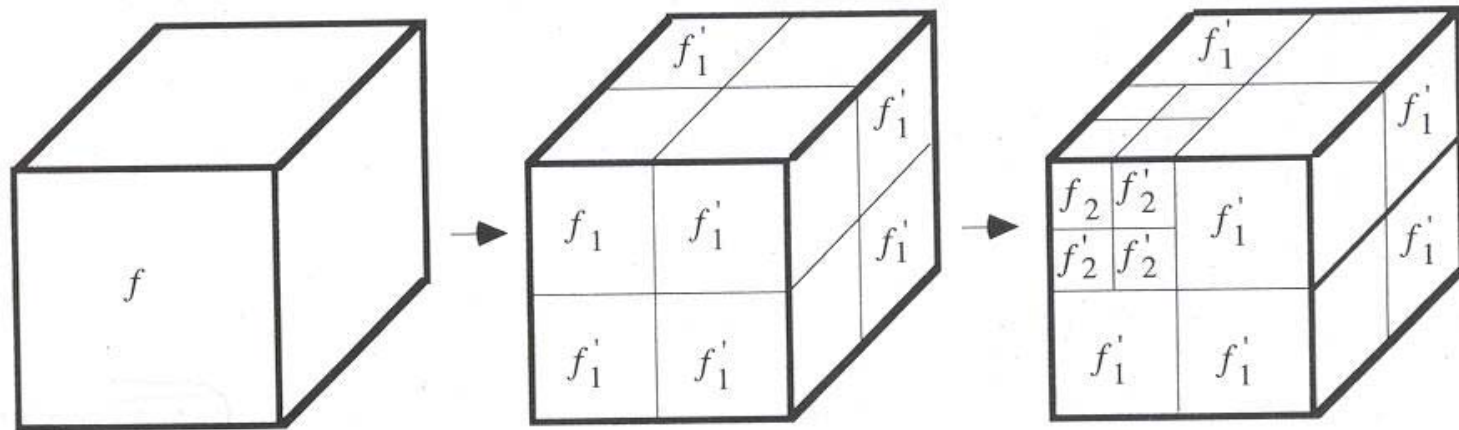


Figure 6.28 Representation of a 3-D wavelet transform on a volume data set after two-level decomposition.

wavelet

- **m level (3D) => baixa resolução= $1/(2 \times 2 \times 2)^m$**
- **~90% da energia**
- **quantização diferenciada para cada nível**
- **em 3D, taxa de compressão melhor 40 a 90% do que 2D**
- **20:1 sem perda de qualidade (...)**
- **DICOM (2003) adicionou a compressão por wavelets (lossless e lossy), chamado JPEG2000**

● Discussão

- **Porque compressão?**
- **Compressão lossless x lossy**
- **Como avaliar a perda de informação diagnóstica?**
 - **Análise subjetiva**
 - **Análise objetiva**
 - **Extração de parâmetros**
- **compressão de imagens coloridas**
 - **RGB => YCbCr (luminância e cromaticidade)**
 - **Y: ~intensidade**
 - **Cb e Cr: menos flutuações => subsampling**

● Conclusões

- **As técnicas de compressão podem ser úteis**
- **Taxas elevadas podem ser obtidas (80:1)**
- **Difícil avaliar impacto da compressão**
- **Análise deve ser feita caso a caso**
- **Análise objetiva e subjetiva**
- **A aplicação médica deve determinar a qualidade da imagem**
- **O que os olhos não vêem o coração não sente?**

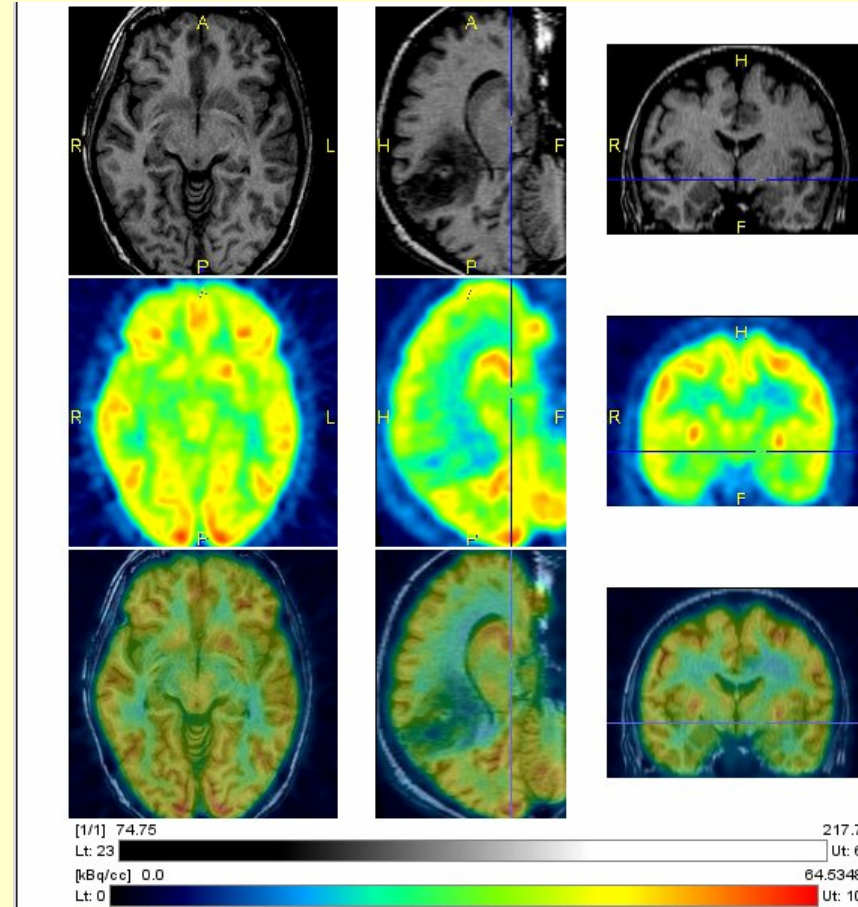
Exemplo (IJ)

- **Compressão com perdas: JPEG**
 - **Ver tamanho dos arquivos em Bytes**

Registro/fusão de imagens

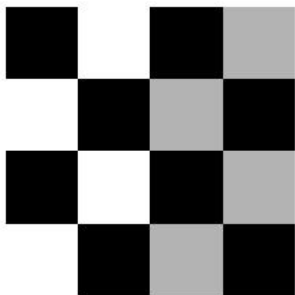
Motivação: fusão

- **Conjugação de imagens para melhorar a sensitividade e sensibilidade diagnóstica (fusão)**
- **Alinhamento de imagens 3D**
 - **Estudo multi-modal (CT, MRI, SPECT, ..) quantitativa**
 - **Aumento da sensibilidade e da especificidade diagnóstica**

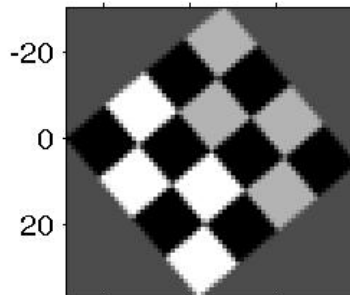


Exemplos de transf. Geom.

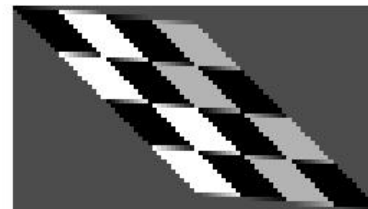
original



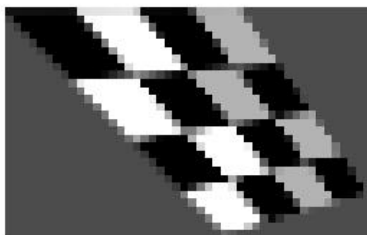
linear conformal



affine



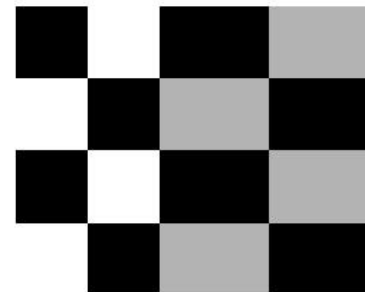
projective



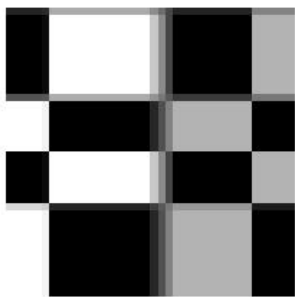
polynomial



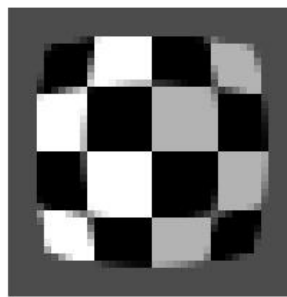
piecewise linear



sinusoid



barrel



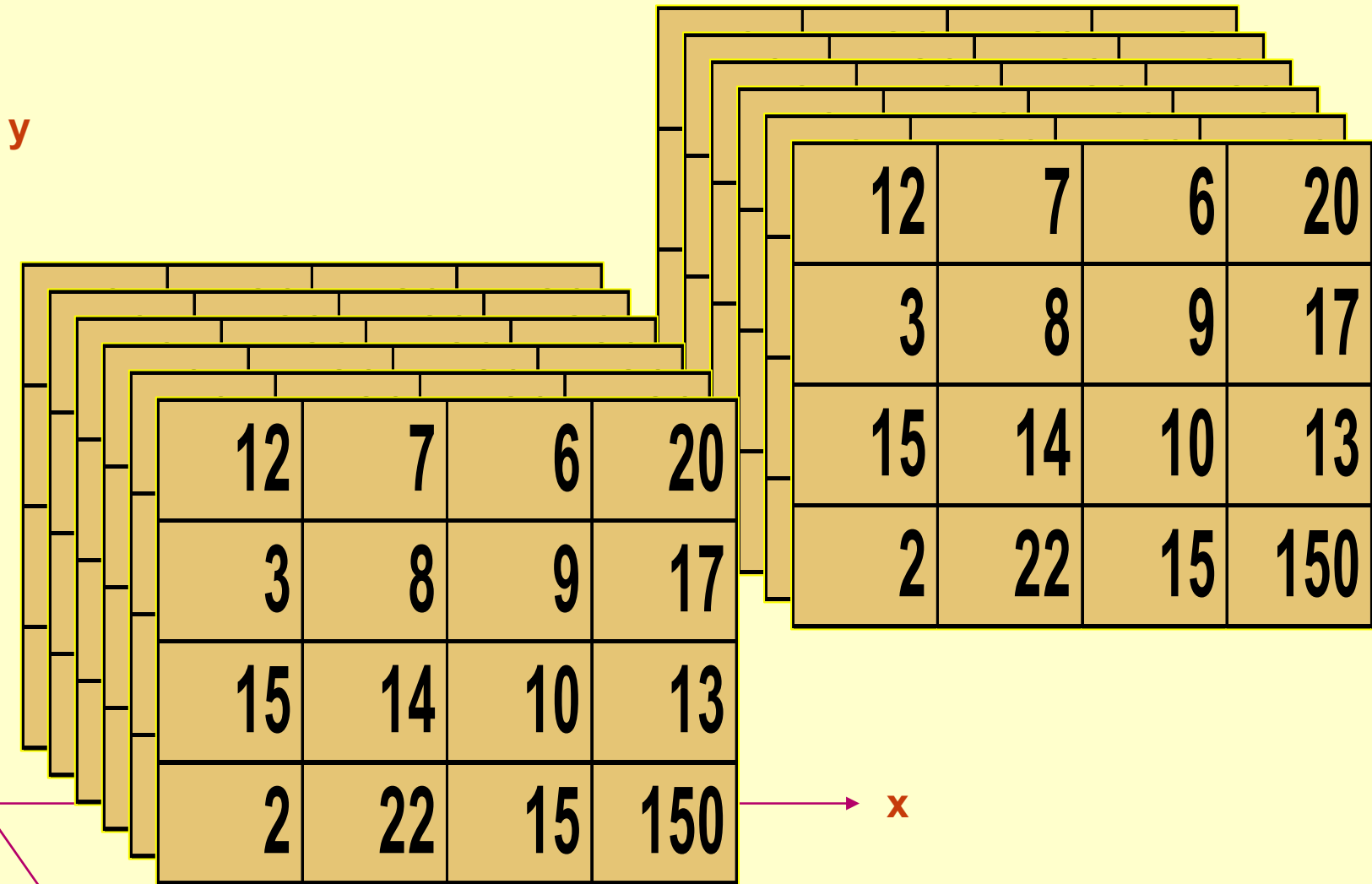
pin cushion



Transformações geométricas

- **Transformação global vs. Local**
- **Transformação rígida vs. Deformativa**
- **Transformações geométricas:**
 - **translação, rotação => rígida, linear**
 - **escala, shear, perspectiva => deformativa**
 - **translação, rotação, escala => linear**
 - **translação, rotação, escala, shear => affine**

Translação



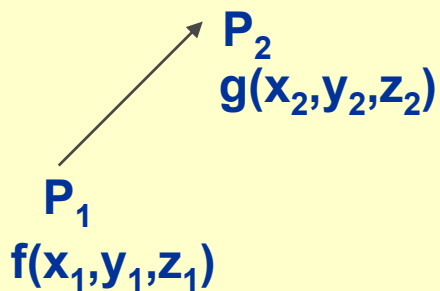
Translação

$$P_1 + \text{translacao} \Rightarrow P_2$$

$$(x_1, y_1, z_1) + (x_0, y_0, z_0) = (x_2, y_2, z_2)$$

$$g(x_2, y_2, z_2) = f(x_1, y_1, z_1)$$

$$g(x_2, y_2, z_2) = f(x_2 - x_0, y_2 - y_0, z_2 - z_0)$$



$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

x

Escala

y

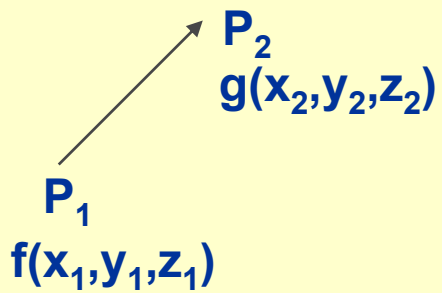
12	7	6	20
3	8	9	17
15	14	10	13
2	22	15	150

12	7	6	20
3	8	9	17
15	14	10	13
2	22	15	150

x

Escala

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$



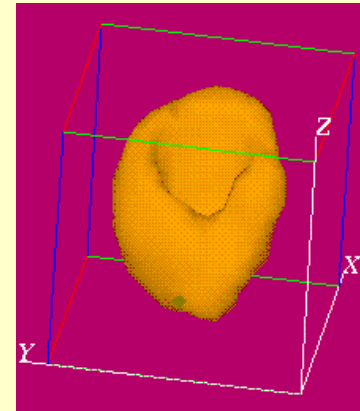
x

Rotação

y

12	7	6	20
3	8	9	17
15	14	10	13
2	22	15	150

x



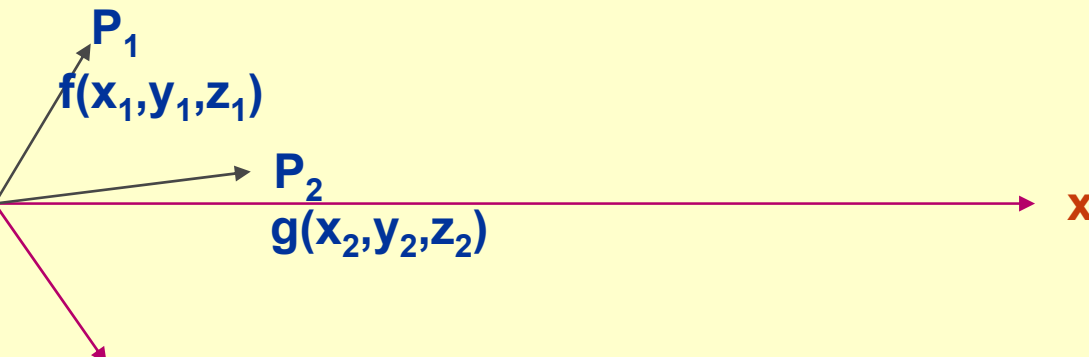
Rotação

$$P_1[\text{rotação } (\alpha, \beta, \gamma)] \Rightarrow P_2$$

$$R_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_\beta = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_\gamma = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

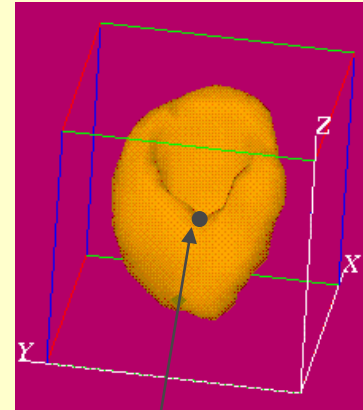


Transf. geométricas na prática

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

(não é linear!)

$$R = R_\alpha \cdot R_\beta \cdot R_\gamma$$



P_0

Escalamento (S) e Rotação (R) em torno de um ponto genérico (P_0)

1) P/ rotação deve-se centrar em (P_0) => translação T

2) Rotação R

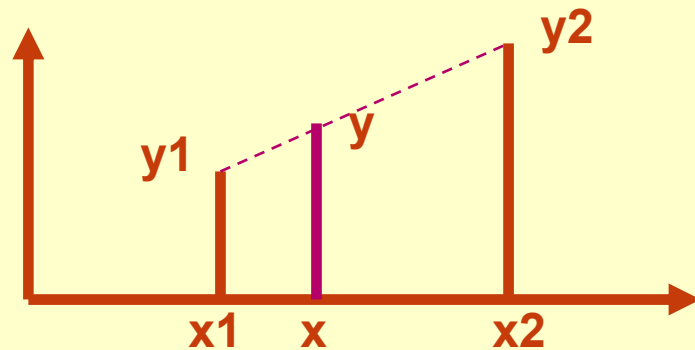
3) Retorno da translação (T^{-1})

4) Escala S

$$P_2 = S \cdot T_0^{-1} \cdot R \cdot T_0 (P_1)$$

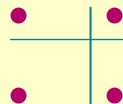
Transf. geom. => Interpolação

Frequentemente uma transformação geométrica exigirá também uma interpolação na intensidade

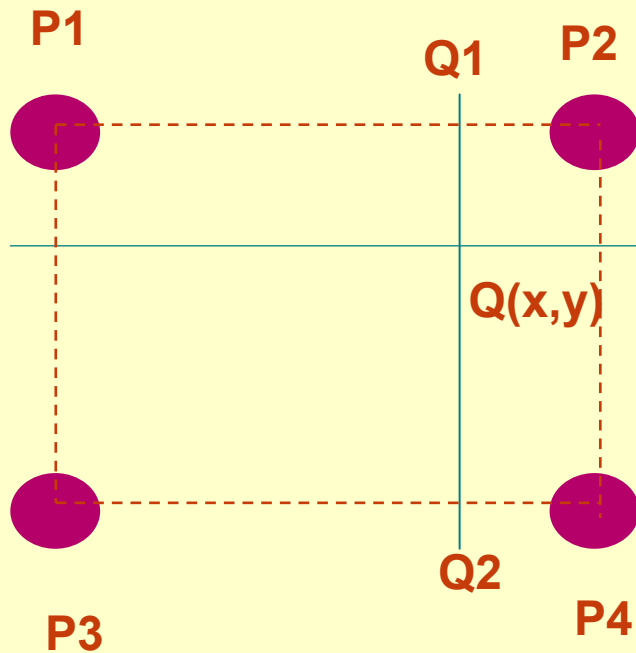


$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

6	8
2	4



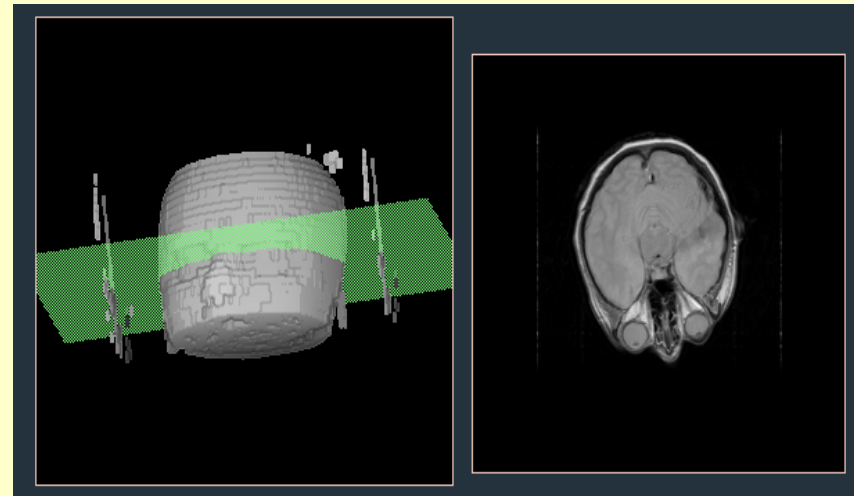
Interpolação bi-linear



$$I(Q1) = I_1 + \frac{(I_2 - I_1)}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

$$I(Q2) = I_3 + \frac{(I_4 - I_3)}{x_4 - x_3} \cdot (x - x_3)$$

$$I(Q) = I(Q1) + \frac{I(Q2) - I(Q1)}{y_2 - y_1} \cdot (y - y_1)$$



Exemplos práticos (IJ)

- **Rotação=> efeito com e sem interpolação**
- **slice**
- **interpolação**

Métodos para alinhamento

- **Baseado em pares de pontos conhecidos**
 - **Procrustes (rígido)**
 - **Affine (permite translação, rotação, escala, shear)**
 - **Projetiva (perspectiva, translação, rotação, escala, shear)**
 - **Determinação de parâmetros de transformação (fitting de modelos)**
- **Baseado no conteúdo das imagens (não-supervis.) p/ alinhamento rígido [refinamento]**
 - **Correlação cruzada**
 - **Informação mútua**
 - **otimização**

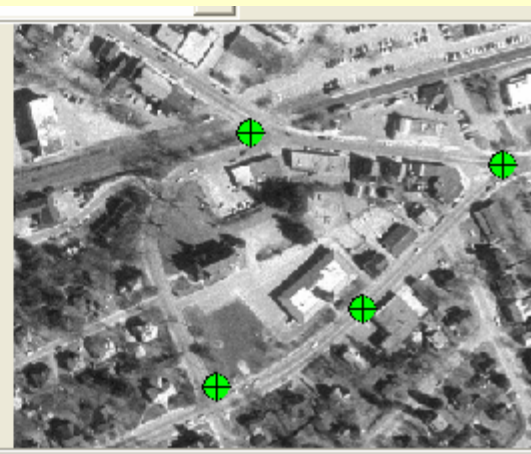
Alinhamento

- **Estratégias**
 - **Alinhamento preliminar (rígido)**
 - **Refinamento do alinhamento**
 - **Informação mútua**
 - **Correlação cruzada**

perspectiva



orthophoto



registrado

Alinhamento rígido

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R = R_\alpha \cdot R_\beta \cdot R_\gamma$$



Solução: algoritmo de Procrustes

- 1) corr(p,q)
- 2) SVD
- 3) Rotação
- 4) Translação

p		q	
x	y	x'	y'
12	30	15	42
80	32	95	45
14	90	10	94
60	40	65	60

Procrustes

$$K = (P - \bar{P})^T (Q - \bar{Q})$$

$$K = UDV^T$$

$$R = V.U^T$$

$$t = \bar{Q} - R.\bar{P}$$

Alinhamento *Affine*

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Shear, rotação, translação

Solução: otimização

$$\vec{q}' = T\vec{q}$$

$$\min_r \sum_i \|T\vec{q}_i - \vec{p}_i\|^2$$

Alinh. Conteúdo: Informação mútua

$$H = \sum_i p_i \log_2 \frac{1}{p_i} = - \sum_i p_i \log_2 p_i$$

entropia

$$H(A, B) = - \sum_{i,j} p(i, j) \log_2 p(i, j)$$

entropia conjunta

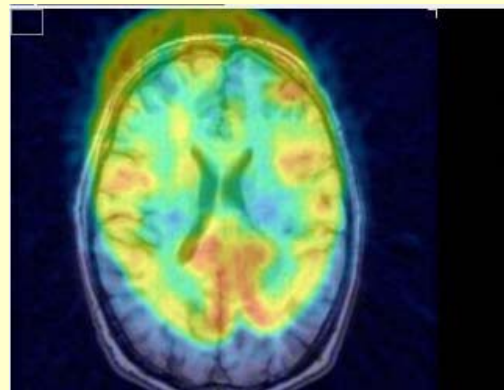
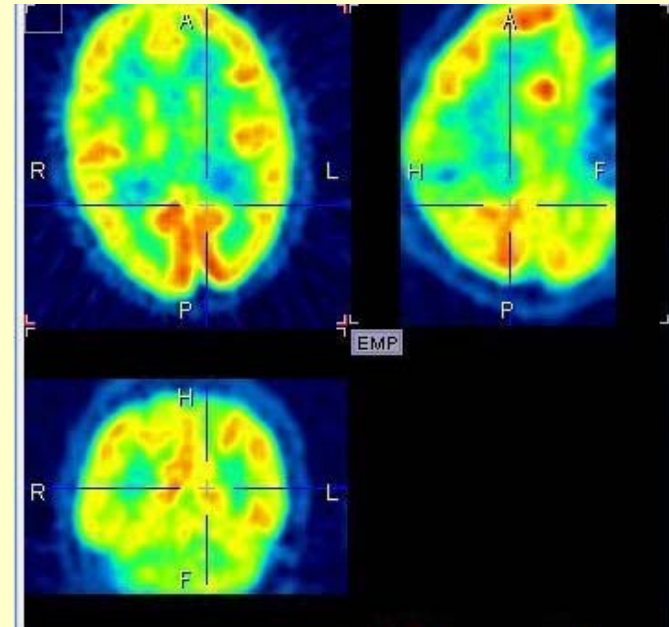
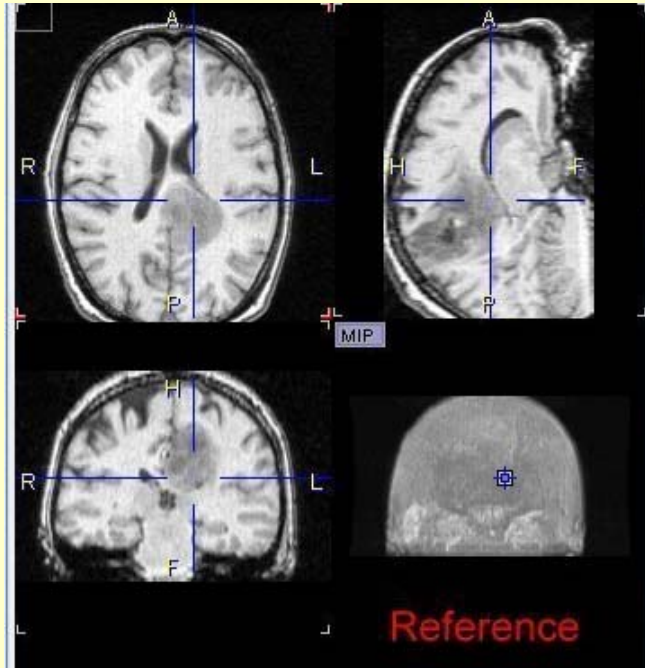
$$I(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B)$$

informação mútua

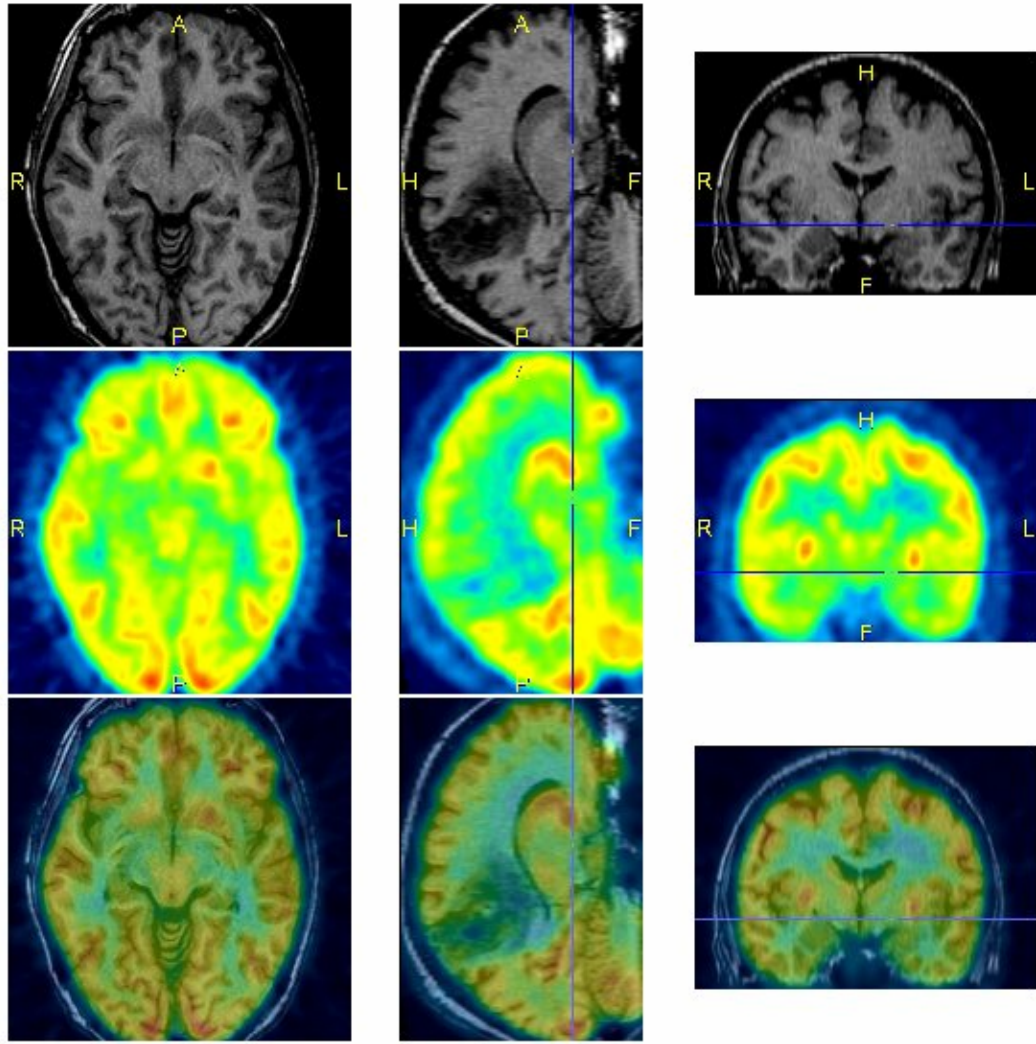
$$I_N(A, B) = \frac{H(A) + H(B)}{H(A, B)}$$

**informação mútua
normalizada**

MR + PET sem registro



Registro/fusão de imagens:MR+PET



[1/1] 74.75 217.75
Lt: 23 Ut: 67
kBq/ccl 0.0 64.53484